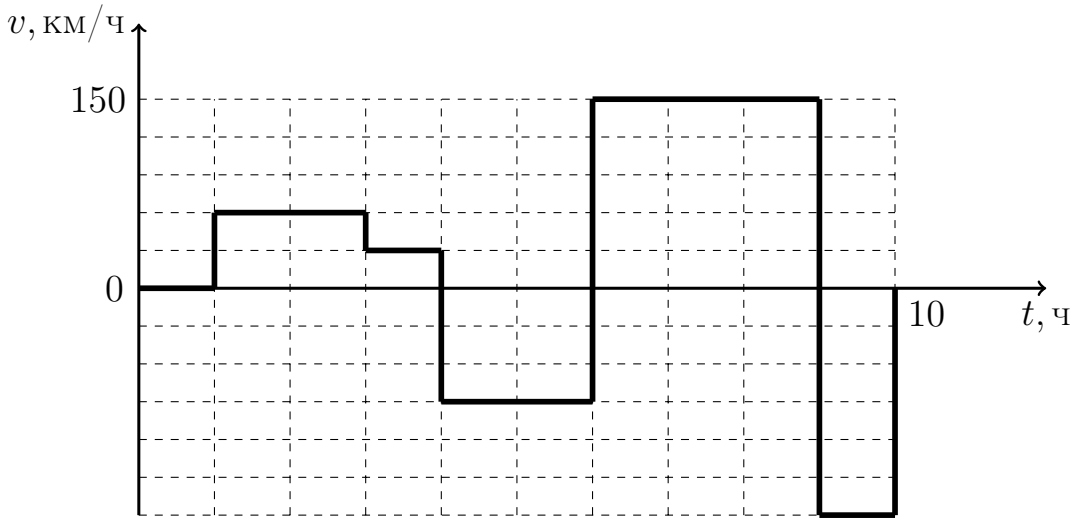
III этап Всеукраинской ученической олимпиады по физике 2017/2018 учебного года Харьковская Область

8 класс
Решение задач

Задача 1. График

Определите по графику скорости от времени перемещение и путь летящего фургона с Дори и её собакой внутри.

График скорости от времени разбивается на 6 участков с постоянной скоростью. Перемещение



на каждом таком промежутке определяется как

$$s = v \cdot \Delta t$$

и совпадает по модулю с путём, с тем отличием, что путь всегда положителен.
Тогда перемещение в течениевсего времени полёта - это сумма всех перемещений:

$$s = \sum v_i \cdot \Delta t_i = 0 \cdot 1 + 60 \cdot 2 + 30 \cdot 1 + (-90) \cdot 2 + 150 \cdot 3 + (-180) \cdot 1 = 240 км,$$

а весь путь:

$$l = \sum |v_i| \cdot \Delta t_i = 0 \cdot 1 + 60 \cdot 2 + 30 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 150 \cdot 3 + 180 \cdot 1 = 960 км.$$

Задача 2. Манчкины на льдине

Когда на льдину вышел один манчкин массой M, объём её надводной части уменьшился на 30%. Потом на льдину вышел второй манчкин, и объём надводной части уменьшился ещё на 30%. Найдите массу второго манчкина и массу льдины. Отношение плотностей льда и воды равно $0,9$.

Обозначим за V объём всей льдины, V_1 – объём её подводной части, m_1 массу льдины, m_2 массу второго манчкина, $\rho_л$ плотности льда и за $\rho_в$ плотность воды. Выпишем условие плавания льдины:

$$\rho_л \cdot V = \rho_в \cdot V_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{\rho_л}{\rho_в} \cdot V = 0,9V.$$

В случае, когда первый манчкин зашёл на льдину:

$$\rho_л \cdot V + M = \rho_в \cdot [V_1 + 0,3(V - V_1)],$$

и из условия плавания льдины:

$$M = 0,3\rho_в \cdot (V - V_1) = 0,03\rho_в \cdot V.$$

Отсюда определяем массу льдины:

$$m_1 = \rho_л \cdot V = \frac{\rho_л}{0,03\rho_в} M = 30M.$$

Когда же два манчкина находятся на льдине:

$$\rho_л \cdot V + M + m_2 = \rho_в \cdot [V_1 + 0,3(V - V_1) + 0,3(V - V_1 - 0,3(V - V_1))].$$

Применяя условие плавания льдины и манчкина, выражаем массу второго манчкина:

$$m_2 = 0.21\rho_в(V - V_1) = 0,021\frac{\rho_в}{\rho_л} m_1 = \frac{30 \cdot 0,021}{0,9} M = 0,7M.$$

Задача 3. Летающие обезъяны и весы

Если на неравноплечие весы посадить маленькую и большую летающих обезьян, то они будут в равновесии. Если большую летающую обезьяну посадить на место маленькой, то для того, чтобы весы остались в равновесии, на другую чашу нужно посадить 4 маленьких. Найдите массу маленькой летающей обезъяны и отношение длин плеч весов, если масса большой обезъяны M.

Выпишем условия равновесия рычага в двух случаях:

$$\begin{cases} Ml_1 = ml_2 \\ Ml_2 = 4ml_1, \end{cases}$$

где m – масса маленькой обезъяны, l_2 и l_1 – длины большего и меньшего плечей соответственно. Выражая из первого равенства отношение $\frac{l_2}{l_1} = \frac{M}{m}$ и подставляя во второе получим

$$\frac{Ml_2}{l_1} = \frac{M^2}{m} = 4m \quad \Rightarrow \quad m = \frac{M}{2}.$$

Отсюда отношение плеч

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{M}{m} = 2.$$

Задача 4. Файерболы

Во втором классе Школы магии и волшебства учатся кастовать файерболы. Для охлаждения мишени используется прямоточная система, на вход которой подают металлический порошок, который по мере прохождения через нее нагревается и плавится, а жидкий металл нагревается. На входе системы площадь сечения трубы S, а скорость движения порошка при температуре T_0, который заполняет все сечение трубы, равна v. Какова должна быть максимальная средняя энергия на файербол, чтобы металл в системе охлаждения не начал кипеть, если средняя частота попаданий в мишень равна ν? Известны плотности порошка ρ_0 и жидкого металла ρ_1, температура его плавления T_1 и кипения T_2, удельная теплота плавления λ, удельная теплоёмкость в твёрдом состоянии c_0, в жидком c_1.

Выпишем количество теплоты необходимое для нагрева порошка, проходящего по трубе за единицу времени, до температуры плавления

$$P_1 = \frac{Q}{t} = c_0\rho_0\frac{V}{t}(T_1 - T_0),$$

количество теплоты для того чтобы расплавить этот порошок

$$P_2 = c_1\lambda\rho_0\frac{V}{t},$$

и количество теплоты для нагрева жидкого металла, проходящего по трубе за единицу времени, до температуры кипения

$$P_3 = c_1\rho_0\frac{V}{t}(T_2 - T_1).$$

Учитывая то, что поток металла стационарен, получаем, что количество теплоты, приходящееся на охлаждение мишени в единицу времени

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \{c_0(T_1 - T_0) + \lambda + c_1(T_2 - T_1)\}\rho_0 Sv.$$

С другой стороны энергия выделяющаяся на мишени от файерболов в единицу времени

$$P = \varepsilon\nu,$$

где ε - средняя энергия файербола. Приравнивая оба выражения, получаем максимальное значение для средней энергии файербола, чтобы жидкий металла не начал кипеть:

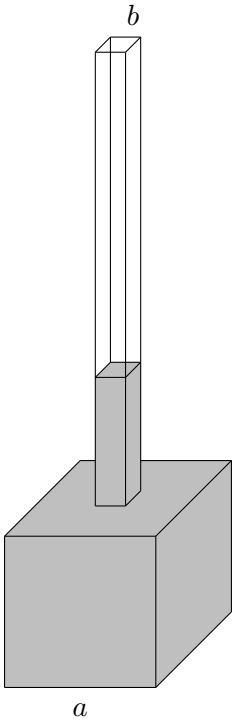
$$\varepsilon = \frac{Sv\rho_0}{\nu}\{c_0(T_1 - T_0) + \lambda + c_1(T_2 - T_1)\}.$$

Задача 5. Термометр для зелий

Вильма хочет приготовить качественное зелье, но имеет непроградуированный термометр. Она знает, что резервуар ртутного термометра представляет собой куб с стороной $a = 1$ см, его канала имеет квадратное сечение со стороной $b = 0.5$ мм, объёмный коэффициент расширения ртути равен $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1} (при нагреве на 1°C объем ртути увеличивается на $2{\cdot}10^{-4}$ от первоначального объема). Определите, на сколько поднимется уровень ртути в термометре при нагреве зелья с 80°C до 100°C (Вильма достаточно точно определяет эти две температуры на глаз)

а) не учитывая расширение стекла;

б) учтя расширение стекла и зная его линейный коэффициент расширения $\beta = 10^{-5}$ °C^{-1} (при нагреве на 1°C стекло увеличивает все свои линейные размеры на 10^{-5} от первоначального значения этих линейных размеров)



а) Расширением объёма ртути в канале можно пренебречь ввиду того, что он значительно меньше объёма ртути в резервуаре. Посчитаем на сколько увеличится объём ртути в резервуаре при нагреве на $\Delta T = 20°\text{C}$:

$$\Delta V = \alpha \Delta T V = \alpha \Delta T a^3.$$

Весь этот объём перешёл в канал, следовательно высота поднятия уровня ртути

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S_0} = \frac{\alpha \Delta T a^3}{b^2} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^3}{0,25} = 16 мм.$$

б) Посчитаем на сколько увеличился объём резервуара

$$\Delta V_0 = (1 + \beta \Delta T)^3 a^3 - a^3 = [3(\beta \Delta T) + 3(\beta \Delta T)^2 + (\beta \Delta T)^3] a^3 \approx 3\beta \Delta T a^3.$$

Несложно заметить, что изменением площади сечения канала можно пренебречь, поскольку $\beta \Delta T \ll 1$

$$S = (1 + \beta \Delta T)^2 b^2 = [1 + 2(\beta \Delta T) + (\beta \Delta T)^2] b^2 \approx b^2.$$

Тогда высота поднятия ртути в канале с учётом расширения стекла

$$\Delta h = \frac{\Delta V - \Delta V_0}{S} = \frac{(\alpha - 3\beta) \Delta T a^3}{b^2} = \frac{(2 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-5}) \cdot 20 \cdot 10^3}{b^2} = 13,6 мм.$$